

MATLETYKA

Wytrenuj matkę

Zadania do działu 1: liczby rzeczywiste

Zestaw treningowy w czterech poziomach

dla Zuzy

Jak trenować?

- ★ Rozgrzewka: podstawowe umiejętności. Zaczynij tutaj.
- ★★ Trening: typowe zadania, takie jak w sprawdzianach.
- ★★★ Wyzwanie: zadania wieloetapowe i z uzasadnieniem.
- ★★★★★ Poziom mistrzowski: najtrudniejsze zadania, wieloetapowe i z pułapkami.

Rozwiązuj w zeszytach i zapisuj całe obliczenia, nie tylko wynik. Gdy coś nie wychodzi, zajrzyj do teorii z tematu o tym samym numerze i zaznacz zadanie, omówimy je na zajęciach. Błędy są częścią treningu.

1. Cechy podzielności

Poziom 1 ★ Rozgrzewka

1. Przez które z liczb 2,3,4,5,9 jest podzielna liczba:
a) 573 120 b) 829 314?
2. Z liczb 135, 246, 370, 1008, 2025, 4444 wybierz te, które są podzielne:
a) przez 5 b) przez 3 c) przez 10
3. Czy liczba 7236 jest podzielna przez 4? Uzasadnij jednym zdaniem.

Poziom 2 ★★ Trening

1. Jaką cyfrę można wstawić w miejsce a , aby liczba $4a52$ była podzielna: a) przez 3, b) przez 9?
2. Czy liczba 2316 jest podzielna przez 6? A przez 12? Uzasadnij, korzystając z cech podzielności.
3. Czy liczba 123 456 jest podzielna przez 8?

4. Podaj największą liczbę trzycyfrową, która jest podzielna jednocześnie przez 5 i przez 9.

Poziom 3 ★★★ Wyzwanie

1. Wstaw cyfry w miejsce a i b tak, aby liczba $3a7b$ była podzielna przez 10 i przez 9.
2. Jaką cyfrę można wstawić w miejsce a , aby liczba $27a5$ była podzielna przez 15? Podaj wszystkie możliwości.
3. Ile jest liczb dwucyfrowych podzielnych przez 6?
4. Uzasadnij, że liczba $10^5 + 2$ jest podzielna przez 3.

Poziom 4 ★★★★★ Poziom mistrzowski

1. Ile jest liczb postaci $7a2b$ (gdzie a, b to cyfry), które są podzielne przez 12? Wypisz je.
2. Uzasadnij, że każda liczba trzycyfrowa o jednakowych cyfrach (np. 777) jest podzielna przez 3 i przez 37.
3. Uzasadnij, że liczba powstała przez dwukrotne zapisanie liczby dwucyfrowej (np. 4747) jest podzielna przez 101.
4. Uzasadnij, że suma liczby dwucyfrowej i liczby zapisanej tymi samymi cyframi w odwrotnej kolejności (np. $47 + 74$) jest podzielna przez 11.
5. Znajdź najmniejszą liczbę naturalną zapisaną tylko cyframi 0 i 1, która jest podzielna przez 15.

2. Dzielniki, liczby pierwsze, NWD i NWW

Poziom 1 ★ Rozgrzewka

1. Wypisz wszystkie dzielniki liczby:
a) 30 b) 42 c) 64
2. Które z liczb 2,3,4,5,9 są dzielnikami liczby:
a) 4140 b) 7335?
3. Rozłóż na czynniki pierwsze:
a) 84 b) 225 c) 360
4. Oblicz NWD i NWW liczb:
a) 12 i 18 b) 20 i 35

Poziom 2 ★★ Trening

1. Zapisz liczbę w postaci $5k + r$, gdzie $k \in \mathbb{N}$, $r \in \{0,1,2,3,4\}$:
a) 47 b) 123 c) 300
2. Jaką cyfrę można wstawić w miejsce a , aby liczba $37a2$ była podzielna przez 3? Podaj wszystkie możliwości.
3. Oblicz NWD i NWW liczb:
a) 84 i 126 b) 72 i 120 c) 45 i 64
4. Ile dzielników ma liczba:
a) 36 b) 100 c) 48?

Poziom 3 ★★★ Wyzwanie

1. Uzasadnij, że suma trzech kolejnych liczb naturalnych jest podzielna przez 3.
2. Uzasadnij, że suma dwóch kolejnych liczb nieparzystych jest podzielna przez 4.
3. Znajdź najmniejszą liczbę naturalną większą od 1, która przy dzieleniu przez 4, przez 6 i przez 9 daje resztę 1.
4. Dwa autobusy odjeżdżają z przystanku razem o 7:00. Pierwszy kursuje co 12 minut, drugi co 18 minut. O której godzinie znów odjadą razem?
5. $\text{NWD}(x,36) = 6$ oraz $\text{NWW}(x,36) = 180$. Wyznacz x .

Poziom 4 ★★★★★ Poziom mistrzowski

1. Uzasadnij, że iloczyn dwóch kolejnych liczb parzystych jest podzielny przez 8.
2. Uzasadnij, że suma pięciu kolejnych liczb naturalnych jest podzielna przez 5.
3. Wyznacz wszystkie cyfry a i b , dla których liczba $5a4b$ jest podzielna przez 36.
4. Ile jest liczb naturalnych od 1 do 300, które są podzielne przez 4 lub przez 6?
5. Liczba n przy dzieleniu przez 6 daje resztę 5. Jaką resztę przy dzieleniu przez 3 dają liczby n oraz $2n$?

3. Ułamki i znaki: liczenie bez pomyłek**Poziom 1 ★ Rozgrzewka**

1. Oblicz.

a) $-15 + (-27)$ b) $34 - (-19)$ c) $(-6) \cdot (-8) \cdot (-2)$ d) $-72 : (-9) + (-4)$

2. Skróć ułamek do postaci nieskracalnej:

a) $\frac{24}{36}$ b) $\frac{45}{120}$ c) $\frac{84}{126}$

3. Oblicz.

a) $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$ b) $\frac{5}{6} - \frac{3}{8}$ c) $\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8}$ d) $\frac{5}{6} : \frac{10}{9}$

4. Oblicz.

a) $4 - (6 - (12 - 10))$ b) $-6(-2 \cdot 9 - 17) - 19$

5. Zamień:

a) $3\frac{2}{7}$ na ułamek niewłaściwy b) $\frac{47}{6}$ na liczbę mieszaną

Poziom 2 ★★ Trening

1. Oblicz. Wynik podaj w postaci liczby całkowitej lub mieszanej.

a) $1\frac{2}{3} + 2\frac{3}{4}$ b) $3\frac{1}{6} - 4\frac{2}{9}$ c) $-2\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{3}$ d) $3\frac{3}{5} : (-1\frac{1}{5})$

2. Oblicz, pamiętając o kolejności działań.

a) $-3 \cdot (4 - 9) + 12 : (-4)$ b) $18 - 6 \cdot (2 - 5) \cdot (-1)$

3. Podaj liczbę odwrotną do liczby:

a) $\frac{2}{5} + \frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2} - \frac{3}{4}$

4. Oblicz.

a) $8,4 : 1,5$ b) $0,65 : 1,3$ c) $24,8 \cdot 2,1$ d) $-0,81 + 23,5$

5. Oblicz.

a) $\frac{2}{3} + 0,5 \cdot 3$ b) $\frac{1}{5} - 4 : 0,8$

Poziom 3 ★★★ Wyzwanie

1. Oblicz.

a) $\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}$ b) $\frac{2\frac{1}{4} - 1\frac{2}{3}}{1\frac{1}{6}}$

2. Oblicz wartość wyrażenia $\frac{x-y}{x+y}$ dla $x = 1\frac{1}{2}$, $y = -\frac{1}{3}$.3. Uporządkuj rosnąco liczby: $a = \frac{3}{4} - \frac{5}{6}$, $b = \frac{2}{3} : (-4)$, $c = -\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)$.

4. Oblicz.

a) $6,4 : 2\frac{2}{15} - 24,8 : \frac{4}{5}$ b) $24,75 : \frac{3}{4} + 5\frac{1}{2} : 2\frac{3}{4}$

5. Trójkąt ma boki długości $2\frac{1}{3}$, $3\frac{1}{4}$ i $4\frac{5}{12}$. Oblicz długość boku kwadratu, który ma taki sam obwód jak ten trójkąt.

Poziom 4 ★★★★★ Poziom mistrzowski

1. Oblicz.

a) $\frac{1\frac{1}{4} - 2\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8}}{2\frac{1}{2} : \frac{5}{6} - 3\frac{1}{3}}$ b) $\left(\frac{3}{5} : 0,3 - 2\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{9}\right) \cdot (-1\frac{1}{2})^2$

2. Uporządkuj rosnąco: $a = \frac{1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}}{\frac{5}{6} - \frac{1}{2}}$, $b = 1\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot 2\frac{1}{2}$, $c = \left(-\frac{2}{3}\right)^3 : \left(-\frac{4}{9}\right)$.3. Uzasadnij, że nie istnieje trójkąt o bokach długości $x = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right)$, $y = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$, $z = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2$.4. Ułamek egipski to ułamek postaci $\frac{1}{n}$. Dla nieparzystego n zachodzi $\frac{2}{n} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, gdzie $a = \frac{n+1}{2}$, $b = \frac{n(n+1)}{2}$. Przedstaw $\frac{2}{13}$ jako sumę dwóch różnych ułamków egipskich i sprawdź wynik.

4. Które liczby są niewymierne?

Poziom 1 ★ Rozgrzewka

1. Wskaż liczby niewymierne: $\sqrt{16}$, $\sqrt{20}$, $\sqrt[3]{27}$, $\sqrt[3]{30}$, $\sqrt{0,25}$, π , $\frac{2}{7}$.

2. Czy liczba jest wymierna, czy niewymierna?

a) $3 + \sqrt{5}$ b) $\sqrt{49} - 2$ c) $2\sqrt{3}$ d) $(\sqrt{7})^2$

3. Oblicz długość przeciwprostokątnej trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych:

- a) 6 i 8 b) 1 i 2

Poziom 2 ★★ Trening

1. Podaj przykład dwóch liczb niewymiernych, których: a) suma jest wymierna, b) iloczyn jest wymierny.

2. Do których zbiorów ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, liczby niewymierne) należy liczba?

$$-7, \quad 0, \quad \frac{2}{3}, \quad \sqrt{12}, \quad \sqrt[3]{-8}, \quad 0,(3), \quad 4,5$$

3. Czy przekątna prostokąta o podanych bokach wyraża się liczbą wymierną?

- a) 5 i 12 b) 4 i 6 c) 9 i 12

Poziom 3 ★★★ Wyzwanie

1. Między którymi kolejnymi liczbami całkowitymi leży liczba?

- a) $\sqrt{50}$ b) $3\sqrt{2}$ c) $5 - \sqrt{10}$ d) $-\sqrt{30}$

2. Korzystając z przybliżeń $\sqrt{2} \approx 1,414$ i $\sqrt{3} \approx 1,732$, sprawdź (bez kalkulatora), czy nierówność jest prawdziwa:

- a) $\sqrt{2} + \sqrt{3} > 3$ b) $2\sqrt{3} - \sqrt{2} < 2$

3. Dane są liczby: $p = 4 - \sqrt{5}$, $q = \sqrt{5}$, $r = 2\sqrt{5} + 1$, $s = 3\sqrt{5}$. Wybierz dwie z nich tak, aby:
a) ich suma była wymierna, b) ich iloczyn był wymierny, c) ich iloraz był wymierny.

Poziom 4 ★★★★★ Poziom mistrzowski

1. Dane są liczby $p = 2 - \sqrt{3}$, $q = \sqrt{3} + 2$, $r = 2\sqrt{3}$, $s = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Wybierz dwie z nich tak, aby: a) suma, b) iloczyn, c) iloraz był liczbą wymierną.

2. Przyjmij $\pi \approx 3,14$. Podaj największą liczbę naturalną n spełniającą nierówność:

- a) $n < 3\pi + 2$ b) $n^2 < 12\pi - 5$

3. Przekątna prostopadłościanu o krawędziach a, b, c ma długość $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. Czy jest liczbą wymierną, gdy:

- a) $a = 2, b = 3, c = 6$ b) $a = 1, b = 2, c = 3$?

4. Podaj liczbę naturalną n , dla której $n - 1 < 4\sqrt{3} < n$.

5. Czy trójkąt o bokach 3, $\sqrt{7}$ i 4 jest prostokątny? Uzasadnij.

5. Ułamki okresowe i zaokrąglanie**Poziom 1** ★ Rozgrzewka

1. Zapisz w postaci dziesiętnej.

a) $\frac{3}{8}$ b) $\frac{7}{20}$ c) $\frac{13}{25}$ d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{5}{6}$

2. Zaokrąglaj liczbę 7,38516 do: a) jednostki, b) części dziesiątych, c) części setnych, d) części tysięcznych.

3. Bez dzielenia ustal, czy rozwinięcie jest skończone, czy okresowe:

a) $\frac{7}{16}$ b) $\frac{5}{12}$ c) $\frac{9}{75}$ d) $\frac{11}{30}$

Poziom 2 ★★ Trening

1. Zapisz w postaci dziesiętnej okresowej.

a) $\frac{4}{11}$ b) $\frac{5}{7}$ c) $\frac{7}{12}$ d) $\frac{13}{30}$

2. Jaka cyfra stoi na 20. i na 35. miejscu po przecinku w rozwinięciu $0,(142857)$?

3. Zamień na ułamek zwykły.

a) $0,(7)$ b) $0,(45)$ c) $1,(3)$ d) $0,(123)$

4. Zaokrąglaj $\pi \approx 3,14159265$ do 2, 3 i 4 miejsc po przecinku. Za każdym razem określ, czy to przybliżenie z niedomiarem, czy z nadmiarem.

Poziom 3 ★★★ Wyzwanie

1. Zamień na ułamek zwykły nieskracalny.

a) $0,1(6)$ b) $0,2(7)$ c) $2,3(45)$

2. Jaka cyfra stoi na 100. miejscu po przecinku w rozwinięciu dziesiętnym liczby:

a) $\frac{3}{7}$ b) $0,12(345)?$

3. Niech $x = 0,(3)$ i $y = 0,(6)$. Zamień je na ułamki zwykłe i oblicz: a) $x + y$, b) $x \cdot y$ (wynik zapisz też w postaci dziesiętnej).

4. Uporządkuj rosnąco: $0,(3)$, $0,3$, $0,33$, $0,3(4)$.

Poziom 4 ★★★★★ Poziom mistrzowski

- Liczba o rozwinięciu okresowym $3,4(5a7b)$ ma na 9. miejscu po przecinku cyfrę 2, a na 15. miejscu cyfrę 8. Wyznacz cyfry a i b .
- Zapisz $x = 0,(18)$ i $y = 1,2(7)$ w postaci ułamków zwykłych. Oblicz $x \cdot y$ i zapisz wynik w postaci ułamka okresowego.
- Ustal (bez dzielenia), czy rozwinięcie jest skończone, czy okresowe.
a) $\frac{231}{560}$ b) $\frac{117}{390}$ c) $\frac{49}{350}$ d) $\frac{85}{306}$
Wskazówka: najpierw skróć ułamek.
- Jaka cyfra stoi na 2026. miejscu po przecinku w rozwinięciu dziesiętnym liczby $\frac{5}{13}$?
- Która liczba jest większa: $0,(27)$ czy $\frac{3}{11}$?

6. Pierwiastki kwadratowe w praktyce

Poziom 1 ★ Rozgrzewka

- Oblicz.
a) $\sqrt{169}$ b) $\sqrt{0,49}$ c) $\sqrt{\frac{25}{64}}$ d) $\sqrt{2\frac{1}{4}}$ e) $\sqrt{(-7)^2}$
- Oblicz.
a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{18}$ b) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$ c) $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}$ d) $\sqrt{16 \cdot 0,25}$
- Wyłącz czynnik przed pierwiastek.
a) $\sqrt{12}$ b) $\sqrt{50}$ c) $\sqrt{72}$ d) $\sqrt{200}$

Poziom 2 ★★ Trening

- Oblicz.
a) $\sqrt{8} + \sqrt{32}$ b) $\sqrt{27} - \sqrt{12}$ c) $\sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{80}$ d) $2\sqrt{18} - 3\sqrt{8} + \sqrt{50}$
- Usuń niewymierność z mianownika.
a) $\frac{6}{\sqrt{3}}$ b) $\frac{5}{\sqrt{10}}$ c) $\frac{3}{2\sqrt{6}}$ d) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$
- Włącz czynnik pod pierwiastek.
a) $3\sqrt{2}$ b) $4\sqrt{5}$ c) $\frac{1}{2}\sqrt{12}$

4. Która liczba jest większa: $3\sqrt{5}$ czy $2\sqrt{11}$?

Poziom 3 ★★☆☆ Wyzwanie

1. Oblicz.

a) $\sqrt{3}(\sqrt{12} - 2\sqrt{3} + \sqrt{27})$ b) $\sqrt{2}(3\sqrt{2} - \sqrt{8})$

2. Usuń niewymierność z mianownika i uprość.

a) $\frac{4 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{6 - 3\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}$

3. Prostokąt ma boki długości $\sqrt{12}$ i $\sqrt{27}$. Oblicz jego pole i obwód.

4. Kwadrat ma pole 72 cm^2 . Oblicz długość jego boku i przekątnej.

5. Podaj liczbę naturalną n spełniającą warunek:

a) $n < \sqrt{90} < n + 1$ b) $n < 3\sqrt{7} < n + 1$

Poziom 4 ★★★★★ Poziom mistrzowski

1. Oblicz.

a) $\sqrt{3\frac{6}{25}} - \sqrt{2\frac{1}{4}} + \sqrt{1\frac{7}{9}}$ b) $0,2\sqrt{50} + 0,8\sqrt{72} - 0,3\sqrt{32}$ c) $\frac{\sqrt{24} \cdot \sqrt{150}}{\sqrt{32} \cdot \sqrt{18}}$

2. Usuń niewymierność z mianownika, a potem podaj przybliżoną wartość wyrażenia (przyjmij $\sqrt{2} \approx 1,4$): $\frac{6 + \sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$.

3. Trapez prostokątny ma podstawy długości $\sqrt{50}$ i $\sqrt{18}$ oraz wysokość $\sqrt{8}$. Oblicz jego pole.

4. Uzasadnij, że $\sqrt{6\frac{1}{4}} \neq \sqrt{6} + \sqrt{\frac{1}{4}}$.

5. Prostokąt o polu 24 cm^2 można rozciąć na dwa jednakowe kwadraty. Oblicz obwód tego prostokąta.

7. Pierwiastek sześcienny i wyższe stopnie

Poziom 1 ★ Rozgrzewka

1. Oblicz.

a) $\sqrt[3]{64}$ b) $\sqrt[3]{-27}$ c) $\sqrt[3]{\frac{8}{125}}$ d) $\sqrt[3]{0,001}$ e) $\sqrt[4]{81}$ f) $\sqrt[5]{-32}$

2. Oblicz długość krawędzi sześcianu o objętości:

a) 343 b) 0,125

3. Oblicz.

a) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4}$ b) $\frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}}$ c) $\sqrt[3]{27 \cdot 8}$

Poziom 2 ★★ Trening

1. Wyłącz czynnik przed pierwiastek.

a) $\sqrt[3]{16}$ b) $\sqrt[3]{54}$ c) $\sqrt[3]{250}$ d) $\sqrt[3]{-40}$

2. Oblicz.

a) $\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54}$ b) $\sqrt[3]{81} - \sqrt[3]{24}$

3. Włącz czynnik pod pierwiastek.

a) $2\sqrt[3]{3}$ b) $3\sqrt[3]{2}$

4. Oblicz.

a) $\sqrt[3]{-8} + \sqrt[4]{16} - \sqrt[3]{-\frac{1}{27}}$ b) $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}$

Poziom 3 ★★★ Wyzwanie

1. Usuń niewymierność z mianownika.

a) $\frac{6}{\sqrt[3]{3}}$ b) $\frac{4}{\sqrt[3]{2}}$ c) $\frac{10}{\sqrt[3]{25}}$

2. Prostopadłościan ma wymiary $2\text{ cm} \times 4\text{ cm} \times 8\text{ cm}$. Oblicz krawędź sześcianu o tej samej objętości.

3. Która liczba jest większa: $2\sqrt[3]{3}$ czy $\sqrt[3]{25}$? Uzasadnij.

4. Oblicz: $\sqrt[3]{-0,064} + \sqrt[4]{0,0016} - \sqrt[5]{-\frac{1}{32}}$.

Poziom 4 ★★★★★ Poziom mistrzowski

1. Oblicz: $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{27} + \sqrt[6]{8} \cdot \sqrt[6]{8} - \sqrt[5]{-243}$.

2. Uzasadnij, że iloczyn xyz jest równy zero, jeśli $x = \sqrt[3]{-27} + \sqrt[4]{81}$, $y = \sqrt[5]{32} - \sqrt[3]{-1}$, $z = \sqrt[4]{16} + \sqrt[3]{-8}$.

3. Która liczba jest większa: $x = \frac{\sqrt[3]{250}}{\sqrt[3]{2}}$ czy $y = \sqrt[3]{\frac{343}{2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{4}}$?

4. Włącz czynnik pod pierwiastek.

a) $2\sqrt[4]{3}$ b) $3\sqrt[5]{2}$ c) $10\sqrt[6]{0,01}$

5. Z trzech jednakowych sześciennych klocków zbudowano wieżę. Jej objętość jest równa objętości prostopadłościanu o wymiarach $3\text{ cm} \times 4\text{ cm} \times 18\text{ cm}$. Oblicz wysokość wieży.

6. Usuń niewymierność z mianownika: $\frac{6}{\sqrt[3]{4}}$.

8. Potęgi i ich prawa

Poziom 1 ★ Rozgrzewka

1. Oblicz.

a) $(-3)^4$ b) -3^4 c) $(-2)^5$ d) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ e) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$ f) 7^0

2. Zapisz w postaci jednej potęgi.

a) $3^4 \cdot 3^5$ b) $5^{10} : 5^7$ c) $(2^3)^4$ d) $2^7 \cdot 5^7$

3. Uporządkuj rosnąco: $(-2)^3$, $(-2)^4$, $(-2)^0$, $(-3)^2$.

Poziom 2 ★★ Trening

1. Oblicz.

a) $\left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot 4^5$ b) $6^5 : 3^5$ c) $\left(-\frac{1}{2}\right)^7 \cdot (-2)^8$

2. Oblicz.

a) $2^5 - 3^3 + (-1)^{100}$ b) $(-2)^4 - 2^4 + (-2)^3$ c) $3^2 \cdot 2^3 - 6^3 : 2^3$

3. Zapisz w postaci potęgi liczby 2.

a) $4^3 \cdot 8^2$ b) $16^4 : 32$ c) $(8^2)^3$

Poziom 3 ★★★ Wyzwanie

1. Oblicz.

a) $\frac{2^5 \cdot 4^3}{8^2 \cdot 2}$ b) $\frac{3^4 \cdot 9^3}{27^3}$ c) $\frac{5^{12} \cdot 2^{10}}{10^{10}}$

2. Która liczba jest większa: 2^{30} czy 3^{20} ? Uzasadnij bez obliczania ich wartości.

3. Jaka jest ostatnia cyfra liczby 2^{2026} ? (Wskazówka: wypisz ostatnie cyfry $2^1, 2^2, 2^3, \dots$)

Poziom 4 ★★★★★ Poziom mistrzowski

1. Uporządkuj rosnąco: $(-\frac{1}{3})^3$, $(-\frac{1}{3})^2$, 3^2 , $(-3)^3$, $(\frac{1}{3})^4$.
2. Oblicz.
a) $(2^4 \cdot 5^4 + 10^3 - 10^2) : 10^2$ b) $(3^5 \cdot 2^5) : 6^4$ c) $\frac{2^{10} + 2^{10}}{4^5}$
3. Która liczba jest większa: 5^{40} czy 3^{60} ?
4. Uzasadnij, że liczba $2^{10} + 2^{11} + 2^{12}$ jest podzielna przez 7.
5. Jaka jest ostatnia cyfra liczby 3^{2026} ?

9. Ujemny wykładnik, bardzo duże i bardzo małe liczby

Poziom 1 ★ Rozgrzewka

1. Oblicz.
a) 2^{-3} b) $(\frac{1}{3})^{-2}$ c) $(-5)^{-1}$ d) $(\frac{2}{3})^{-3}$ e) $0,5^{-2}$ f) 10^{-4}
2. Zapisz w notacji wykładniczej.
a) 45 000 000 b) 0,00072 c) 3 080 000 d) 0,05
3. Zapisz w postaci dziesiętnej.
a) $2,3 \cdot 10^5$ b) $6 \cdot 10^{-3}$

Poziom 2 ★★ Trening

1. Oblicz.
a) $3^{-4} \cdot 3^6$ b) $2^{-3} : 2^{-7}$ c) $(5^{-2})^{-1}$ d) $4^{-3} \cdot 4^5$
2. Zapisz w postaci potęgi liczby 2.
a) $\frac{1}{32}$ b) $4^{-3} \cdot 8$ c) $0,25^{-2}$
3. Oblicz. Wynik podaj w notacji wykładniczej.
a) $(3 \cdot 10^4) \cdot (2,5 \cdot 10^{-6})$ b) $(8,4 \cdot 10^5) : (2 \cdot 10^{-3})$

Poziom 3 ★★★ Wyzwanie

1. Oblicz.

a) $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3\right)^{-1}$ b) $\frac{2^{-3} \cdot 4^2}{8^{-1}}$

2. Oblicz i podaj wynik w notacji wykładniczej: $\frac{(5 \cdot 10^{-4}) \cdot (6 \cdot 10^8)}{1,5 \cdot 10^{-2}}$.3. Masa Ziemi to około $5,97 \cdot 10^{24}$ kg, a masa Księżyca około $7,35 \cdot 10^{22}$ kg. Ile razy (w przybliżeniu) Ziemia jest cięższa od Księżyca?4. Uprość wyrażenie $(a^{-3})^2 \cdot a^8$ (dla $a \neq 0$) i oblicz jego wartość dla $a = -2$.

Poziom 4 ★★★★★ Poziom mistrzowski

1. Oblicz.

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} - \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} + 0,25^{-1}$ b) $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} : \left(\frac{3}{2}\right)^2\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$

2. Zapisz w postaci 3^m : $9^{-2} \cdot 27^3 : 81^{-1}$.

3. Podaj konieczne założenia, uprość wyrażenie i oblicz jego wartość:

a) $(a^{-2} \cdot a^5)^{-2} \cdot (a^{-3})^{-3}$, $a = -\frac{1}{2}$ b) $\left((x^{-2})^3 : x^{-4}\right)^{-1}$, $x = \frac{1}{3}$

4. Oblicz i podaj wynik w notacji wykładniczej: $\frac{(4,8 \cdot 10^{18}) \cdot (2,5 \cdot 10^{-10})}{(6 \cdot 10^{-8}) \cdot (1,6 \cdot 10^{12})}$.5. Światło biegnie z prędkością około $3 \cdot 10^8$ m/s, a Słońce jest odległe od Ziemi o około $1,5 \cdot 10^{11}$ m. Ile czasu światło biegnie ze Słońca na Ziemię? Podaj wynik w sekundach i w minutach.

10. Ułamek w wykładniku

Poziom 1 ★ Rozgrzewka

1. Oblicz.

a) $25^{\frac{1}{2}}$ b) $8^{\frac{1}{3}}$ c) $81^{\frac{1}{4}}$ d) $32^{\frac{1}{5}}$ e) $4^{-\frac{1}{2}}$

2. Zapisz w postaci potęgi.

a) $\sqrt{5}$ b) $\sqrt[3]{7^2}$ c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ d) $\sqrt[4]{2^3}$

Poziom 2 ★★ Trening

1. Oblicz.

a) $8^{\frac{2}{3}}$ b) $27^{\frac{4}{3}}$ c) $16^{\frac{3}{4}}$ d) $25^{-\frac{3}{2}}$ e) $32^{0,4}$ f) $\left(\frac{9}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}$

2. Oblicz.

a) $5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{5}{3}}$ b) $7^{\frac{5}{2}} : 7^{\frac{1}{2}}$ c) $\left(2^{\frac{3}{4}}\right)^8$ d) $4^{\frac{1}{3}} \cdot 16^{\frac{1}{3}}$

Poziom 3 ★★★ Wyzwanie

1. Zapisz w postaci potęgi liczby 2.

a) $2\sqrt{2}$ b) $4\sqrt[3]{2}$ c) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt[3]{4}}$ d) $\frac{1}{8\sqrt{2}}$

2. Oblicz.

a) $27^{\frac{2}{3}} + 16^{-\frac{1}{4}}$ b) $0,04^{-\frac{1}{2}} - 0,008^{\frac{1}{3}}$ c) $\left(\frac{1}{81}\right)^{-0,25} \cdot 9^{-1,5}$

3. Oblicz: $\frac{3^{\frac{1}{2}} \cdot 9^{\frac{3}{4}}}{27^{\frac{1}{3}}}$.

4. Która liczba jest większa: $2^{\frac{1}{2}}$ czy $3^{\frac{1}{3}}$? (Wskazówka: podnieś obie do potęgi 6.)

Poziom 4 ★★★★★ Poziom mistrzowski

1. Oblicz.

a) $\left(8^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{4}{9}}$ b) $\left(16^{\frac{2}{5}}\right)^{\frac{5}{8}}$ c) $0,0016^{-0,75}$ d) $0,00243^{0,4}$

2. Oblicz.

a) $12^{\frac{1}{3}} \cdot 18^{\frac{1}{3}}$ b) $\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{2}{3}} + 0,01^{-\frac{1}{2}} - 625^{0,25}$

3. Zapisz w postaci potęgi liczby 3: $\frac{9\sqrt[3]{3}}{\sqrt{27}}$.

4. Która liczba jest większa: $3^{\frac{1}{2}}$ czy $5^{\frac{1}{3}}$?5. Uprość wyrażenie $\left(a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{2}{3}}\right)^6 : a^5$ dla $a > 0$.